

## Тест

### Вариант 1

1. Найти все натуральные числа  $p, q, r$ , не являющиеся составными такие, что  $p \mid p^6 - r^2 - q^2$ .
2. Дан четырехугольник  $ABCD$  такой, что  $\angle DAB = 30^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $\angle BCD = 30^\circ$ . Найти угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ .
3. Вычислить  $\sqrt{17 - 12\sqrt{2}} - \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ .
4. Решить уравнение  $x^2 - 4x^2 - x - 6 = 2 - x$ .
5. Какое наименьшее число участников может быть на семинаре "Математическая вертикаль", если известно, что мужчин, участвующих в нем, меньше 3,1%, но больше 2,9%?
6. В уравнении  $x^2 - 2ax - 4 = 0$  сумма кубов действительных корней равна 144. Найти  $a$ .
7. Решить систему 
$$\begin{cases} x^2 - 32 = y^2 \\ x^2 - 3xy - 2y^2 = 64 \end{cases}$$
.
8. Предположим, что вы забыли пароль от электронной почты, но помните, что это шестизначный номер, в котором были числа 386 и 53. Какое наименьшее количество номеров надо перебрать, чтобы наверняка открыть почтовый ящик?
9. Доказать неравенство  $\sqrt[3]{2019 - \sqrt[3]{2019}} - \sqrt[3]{2019 + \sqrt[3]{2019}} \geq 2\sqrt[3]{2019}$ .
10. Изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству  $2y - 3x^2 - 4x - 4x^2 \leq 0$ .
11. Решить неравенство  $x^2 - 5x - 6 \leq \sqrt{x^2 - 7x - 12} \leq 0$ .
12. В треугольнике  $ABC$  на его медиане  $AM$  отмечена точка  $K$  и прямая  $CK$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $P$  так, что  $S_{ACK} : S_{KPB} = 15 : 11$ . Прямая  $CK$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $P$ . Найдите отношение  $AK : KM$ .

## Вариант 2

1. Найти все натуральные числа  $p, q, r$ , не являющиеся составными такие, что  $p \mid p^8 - r^2 - q^2$ .

2. Дан четырехугольник  $ABCD$  такой, что  $\angle DAB = 15^\circ$ ,  $\angle ABC = 75^\circ$ ,  $\angle BCD = 15^\circ$ . Найти угол между прямыми  $AC$  и  $BD$ .

3. Вычислить  $\sqrt{34 - 24\sqrt{2}} - \sqrt{34 + 24\sqrt{2}}$ .

4. Решить уравнение  $x^2 - 8x^2 - x - 2 = 10 - x$ .

5. Какое наименьшее число участников может быть на семинаре "Математическая вертикаль", если известно, что женщин, участвующих в нем, меньше 84%, но больше 83,1%?

6. В уравнении  $x^2 - 3ax - 4 = 0$  сумма кубов действительных корней равна 144. Найти  $a$ .

7. Решить систему 
$$\begin{cases} x^2 - 21 = y^2 \\ x^2 - 3xy - 2y^2 = 42 \end{cases}$$

8. Предположим, что вы забыли пароль от электронной почты, но помните, что это шестизначный номер, в котором были числа 178 и 21. Какое наименьшее количество номеров надо перебрать, чтобы наверняка открыть почтовый ящик?

9. Доказать неравенство  $\sqrt[3]{2018 - \sqrt[3]{2018}} - \sqrt[3]{2018 + \sqrt[3]{2018}} \geq 2\sqrt[3]{2018}$ .

10. Изобразить множество точек, координаты которых удовлетворяют неравенству  $3y^2 - 2x^2 - 9x - 4 \geq 0$ .

11. Решить неравенство  $x^2 - 4x - 5 \leq \sqrt{x^2 - 5x - 6} \leq 0$ .

12. В треугольнике  $ABC$  на стороне  $AB$  отмечена точка  $M$  так, что  $AM:BM = 3:2$ . На стороне  $BC$  взята точка  $N$  так, что продолжение  $NM$  за точку  $M$ , пересекает продолжение стороны  $AC$  за точку  $A$  в точке  $L$ , причем  $AL = AC$ . Найдите отношение площади треугольника  $MBN$  к площади четырехугольника  $AMNC$ .